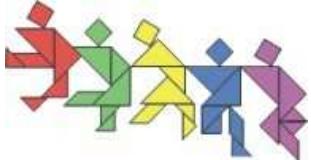


# **Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)**

# World Conference on the Mathematically Gifted Students ---- the Role of Educators and Parents Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



*Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

# 青少年數學國際城市邀請賽

# 隊際賽試題

答題時間：60 分鐘

## 答題指引：

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
  - 請在每一頁的對應位置填寫隊名。
  - 本卷試題依照由易至難的順序安排，共有 10 頁，每頁一題，每題 40 分。第 2、4、6、8、10 題必須詳細寫出計算或證明過程，根據答題情況給分，如果空白處不夠填寫，可將答案寫在試題紙的背面；第 1、3、5、7、9 題只需填寫答案。
  - 四名隊員先用 10 分鐘討論前八題，確定每題答題的隊員，每位隊員至少要解答一題。然後用 35 分鐘，各自作答，不可再交換題目或討論。最後的 15 分鐘，四名隊員可一起討論最後兩題並合作解題。
  - 不得使用任何電子計算器具。
  - 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
  - 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

# Traditional Chinese Version

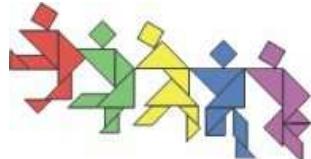
# 正體中文版

以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

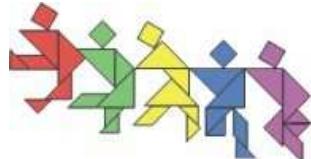
- 我們對給定的一個正數進行操作，每一步驟可做以下的其中一個運算：加上3，減去3，乘以3，除以3。如果一個正數恰好經過三步驟操作後得到的數與原來的數相同，我們稱這個正數為“好數”。請求出所有的“好數”。

Answer: \_\_\_\_\_



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

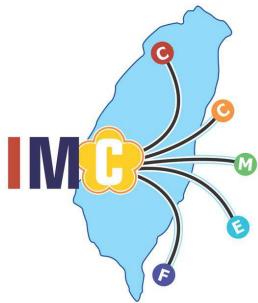
### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

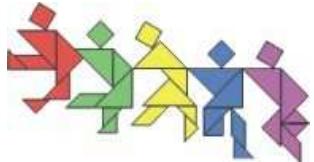
2. 已知八個人的平均年齡是 15 歲，且每個人的年齡都是質數。其中，年齡為 19 歲的人數比任何其他歲數的人數多。如果他們按年齡的大小順序排成一排，那麼排在中間的兩個人的平均年齡為 11 歲。請問年齡最大的那個人最多為多少歲？

Answer: \_\_\_\_\_



# **Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)**

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



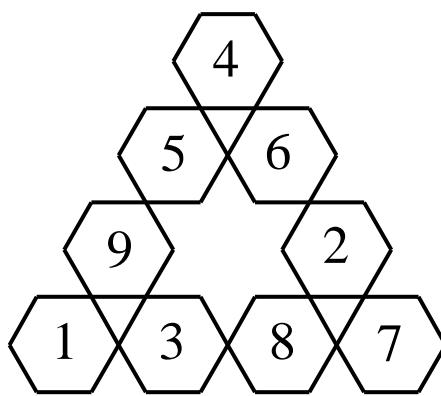
# *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

# 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名： 得分：

3. 在下圖中，將數 1、2、3、4、5、6、7、8 和 9 分別不重複地填入一個六邊形內，使得三角形每條邊上的四個六邊形內的數之和都為 19。現重新填入這些數，依然要求每條邊上的數之和相等，請問這個和數可以取到的最大值和最小值分別是多少？



## 最小值為

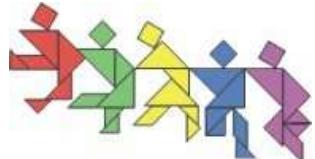
Answer: \_\_\_\_\_

# 最大值為



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

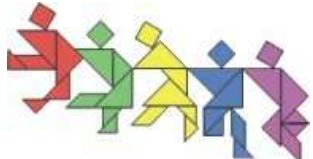
4. 紿定 2012 個點在一條直線上，任何兩個相鄰點的距離都相等。現在把這些點染成黃色或綠色。如果相異三個點  $A$ 、 $B$  和  $C$  滿足  $AB = BC$  且  $A$  和  $C$  的顏色相同，那麼  $B$  也染成同一種顏色。請問共有多少種染色方式？

Answer: \_\_\_\_\_



# **Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)**

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



*Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

# 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名： 得分：

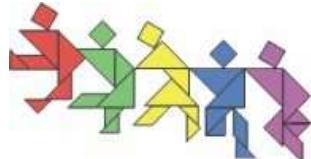
5. 我們對 2012 做以下操作：首先用三種方式把它分成兩個數，即 2|012，  
20|12 和 201|2；其次把每對數相乘並求出這三個乘積之和，得到  
 $2 \times 012 + 20 \times 12 + 201 \times 2 = 666$ 。請求出所有其它的四位數使得對它做同樣的操作後也得到 666。

**Answer:**



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

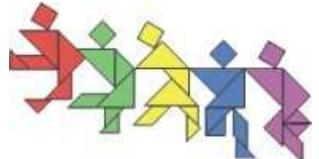
6. 設  $n$  是正整數， $2n$  有 8 個正因數， $3n$  有 12 個正因數。請求出  $12n$  的正因數個數的所有可能值。

Answer: \_\_\_\_\_



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



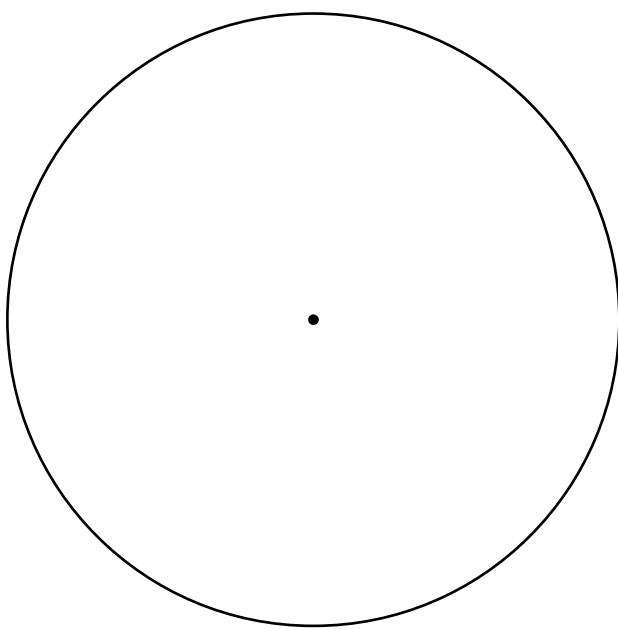
## *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

7. 請用線段和圓弧把一個圓分割成全等的幾份，其中至少有一份的內部和邊界都不包含圓心。

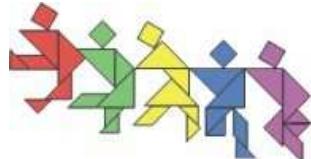


Answer: \_\_\_\_\_



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

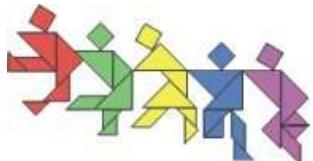
8. 一台機器由三個箱子組成，每個箱子上都有一盞紅燈，這些紅燈最初是不亮的。當物體放入箱子後，可以使用機器檢查每個箱子內物體的總重量。對於每一個箱子，如果這個箱子中的重量比其他每個箱子中的重量都還要小，那麼這個箱子的紅燈會變亮，否則這個箱子的紅燈不亮。現有 7 個球，其中有一個假球比其他六個正常的球重，而所有正常的球重量都相同，請使用這台機器兩次從中找出假球。

Answer: \_\_\_\_\_



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

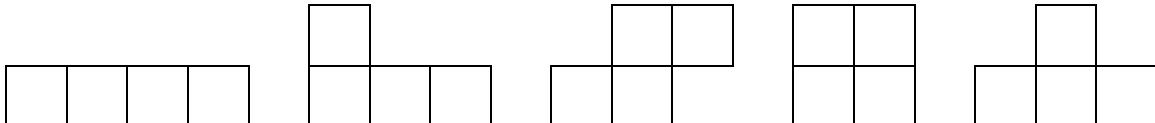
### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_

得分：\_\_\_\_\_

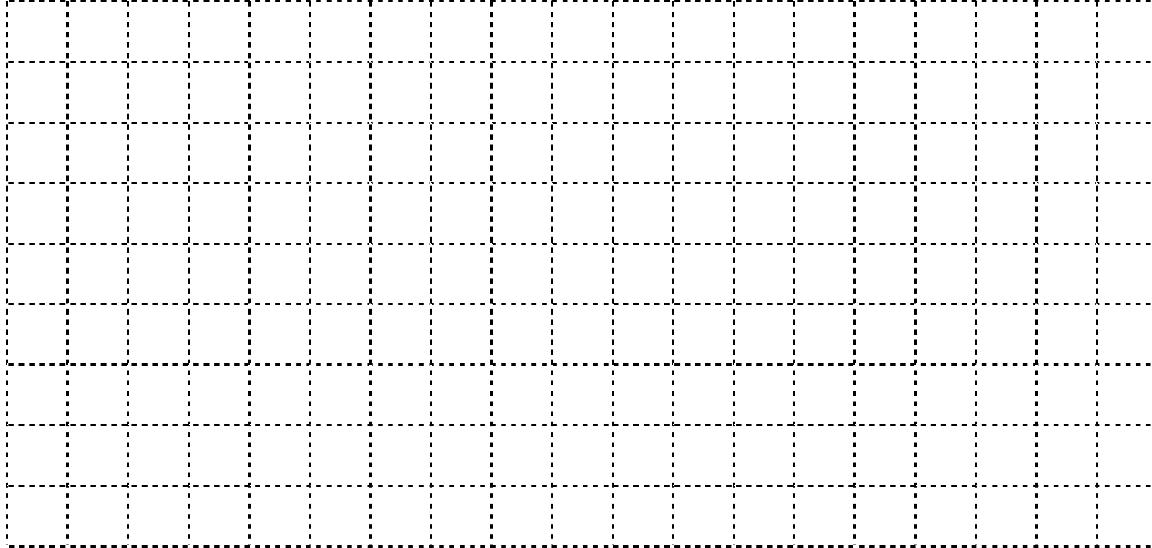
9. 下圖中有五片紙片，每片紙片由 4 個單位正方形構成。



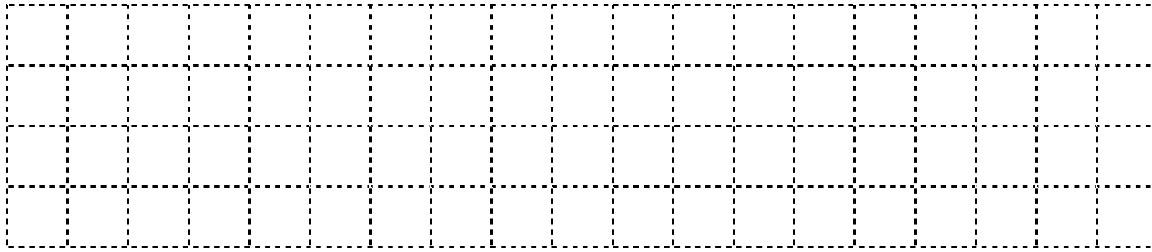
- (a) 用三片不同的紙片組成一個軸對稱圖形，紙片可以旋轉或翻轉。請畫出五個這種圖形。  
(b) 用三片不同的紙片組成一個中心對稱圖形，紙片可以旋轉或翻轉。請畫出一個這種圖形。

(一個圖形是由方格紙上的 12 個相連的單位正方形組成。兩個圖形若經過旋轉或翻轉後相同，則視為同一種。)

(a)



(b)

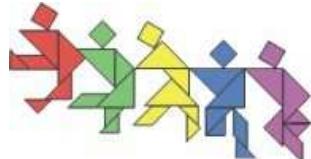


Answer:



# Taiwan International Mathematics Competition 2012 (TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



## Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

### 隊際賽試題

25<sup>th</sup> July 2012 Taipei, Taiwan

隊名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

10. 十進位的數碼按某種順序分別用字母A、B、C、D、E、F、G、H、I和J代替。已知以下三條提示：

- (1)  $\overline{AB} = A \times A \times C$  ,
- (2)  $\overline{DE} = C \times F$  ,
- (3)  $\overline{BG} = H + I + F \times G$  ,

其中A、B、D都不為0，請問字母J可能代表哪些數碼？( $\overline{AB}$ 表示十位是A和個位是B的兩位數)

Answer: \_\_\_\_\_