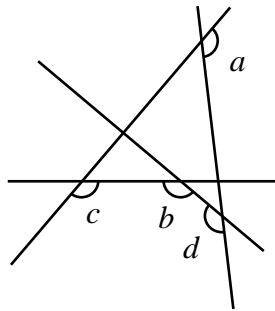


Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 1999

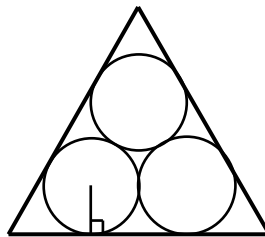
1999 青少年數學國際城市邀請賽個人競賽試題

第一部份：填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 設有一數 $a=1223334444555556666667777778888888999999999$ ，則 a 除以 9 之餘數為 _____。
2. 如圖，則 $a+b+c+d=$ _____。

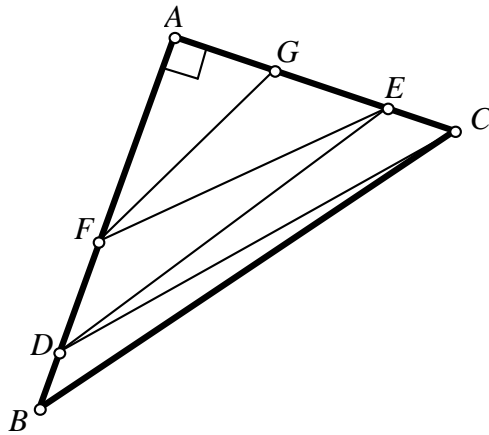


3. 在 1^2 、 2^2 、...、 1999^2 這些數中十位數的數字為奇數的數共有 _____。
4. 有一幢建築物高 60 公尺，其在白天某一時刻的影子長為 40 公尺；此建築物的頂樓插一旗桿，此旗桿長為 2 公尺。今在同一時間時，則旗桿的影子長為 _____ 公尺。
5. 計算 $1999^2 - 1998^2 + 1997^2 - 1996^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2 =$ _____。
6. 如果一個四位數中正好有兩個數字是相同的數，稱為「好數」；例如：3445、3231 是好數，但 3443、3233 不是好數，則所有四位數中千位數字是 3 的好數有 _____ 個。
7. 如圖，已知正三角形的邊長為 1，若有三個等圓彼此相切且與此三角形的邊相切如圖所示，則圓的半徑為 _____。

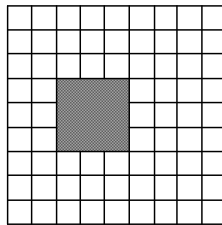


8. 設 A 、 B 、 C 表三個正整數，若 A 的平方加 160 等於 B 的平方加 5，且 A 的平方加 320 等於 C 的平方加 5，則 $A=$ _____。
9. 設 x 表一個二位數，且 $f(x)$ 表 x 加上其數字和再減去其數字積，例如：當 $x=32$ ，則 $f(x)=32+3+2-6=31$ 。當 x 為 _____ 時， $f(x)$ 的值為最大。

10. 如圖，在直角三角形 ABC 中， \overline{AB} 長為 15， \overline{AC} 長為 8， $E、G$ 在 \overline{AC} ， $D、F$ 在 \overline{AB} 上，若 \overline{CD} 、 \overline{DE} 、 \overline{EF} 、 \overline{FG} 將直角三角形 ABC 分成五個面積相等的部分且 \overline{CD} 、 \overline{DE} 、 \overline{EF} 、 \overline{FG} 的長度只有一個是整數，則此整數為_____。



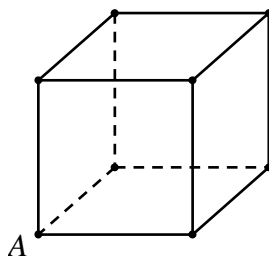
11. 如圖所示，則由格線所圍成的的正方形共有_____個。



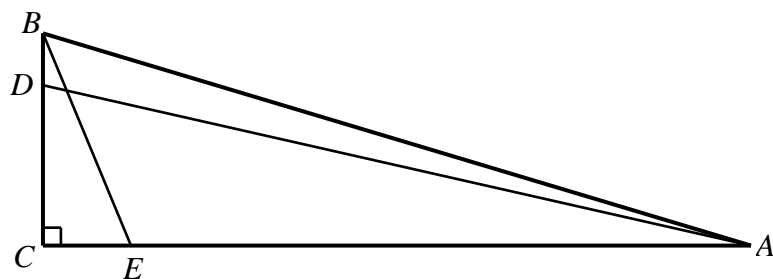
12. 設有 A、B 兩個委員會，其中 A 委員會有 13 名委員，B 委員會有 6 名委員。假如在本年度召開的會議期間。若每位委員出席會議的日數在 30 天以內(含 30 天)，則每天支領 6000 元的車馬費。若會議超過 30 天，以後的每一天支領 9000 元的車馬費。已知 B 委員會開會的日數是 A 委員會開會的日數的兩倍，在本年度會議兩委員會所支出的車馬費都相同，且這兩委員會車馬費的總開支超過 3000000 元，則這兩委員會實際支領車馬費總共是_____元。

第二部份：計算及證明題，請在題目下面空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 有一由鐵絲圍成且邊長為 1 的正立方體如圖所示，今有一隻螞蟻從點 A 出發，沿著此正立方體的邊(鐵線)走但不能走重複的路線，若它要走向回原來的 A 點，試問這隻螞蟻所走的路徑最長為多少？(並說明理由)



2. 如圖，已知 $\overline{AC} = 8\overline{CE}$ ， $\overline{BC} = 4\overline{BD}$ 。若 $\overline{AD} = 164$ 且 $\overline{BE} = 52$ ，試求 \overline{AB} 。



3. 將一個六位數分別乘以 2、3、4、5、6 後得到的數還是由原來的六位數的數字所組成，只是改變了原來數字排列的位置，試求原來的數為多少？