# *Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 2000*

# 2000 青少年数学国际城市邀请赛个人竞赛试题

**第一部份： 填充题，请将答案填写在题末所附的空格内，共十二题，每题 5 分。**

1. $17^{2000}$ 的个位数字为＿＿＿＿＿。

2. 从 $\frac{1}{3}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{9}$、$\frac{1}{12}$、$\frac{1}{15}$、$\frac{1}{18}$ 中去掉两项，使得于下各项的和等于 $\frac{2}{3}$，则所去掉的这两项的乘积为＿＿＿＿＿。

3. 设 $A$ 为小于 1000 且大于 100 的奇数，若 $A$ 的百位数大于它的个位数，且 $A$ 是 11 的倍数，则满足这些条件所有可能的 $A$ 值中最小者为＿＿＿＿＿。

4. 将介于 150 与 650 之间除以 10 余 4 的整数全部相加的总和为＿＿＿＿＿。

5. 设 $N$=111⋯1222⋯2，其中 1 有 2000 个、2 有 2000 个；若 $N$ 被 $\underbrace{666\cdots6}_{2000個}$ 除时，则其商数是＿＿＿＿＿。

6. 著名的哥德巴赫(Goldbach)猜想是：对于任一个大于 7 的偶数一定可以表示为两个不同质数的和，例如 10 = 3+7；我们希望找到不同质数 $p$、$q$ 使得 $p$+$q$ = 192，并让 2$p$－$q$ 越大越好，则数对($p$, $q$)=＿＿＿＿＿。

7. 在△$ABC$ 中，$D$ 为 $\overline{BC}$ 上的一点，若 $\overline{AC}=\overline{CD}$ 且 $\angle CAB=\ \angle ABC+45°$，则 $\angle BAD$ 的度数为＿＿＿＿＿。

8. 已知 $100000035811ab1^2=1000000cde2247482444265735361$，其中 $a$、$b$、$c$、$d$、$e$ 皆为小于 10 的非负整数，则 $a$+$b$+$c$－$d$－$e$ 的值为＿＿＿＿＿。

9. 在长方形 $ABCD$ 中，$P$ 为此长方形内部的一点。若 $\overline{PA}=4$、$\overline{PB}=6$、$\overline{PD}=9$，则 $\overline{PC}$ 的长度为＿＿＿＿＿。

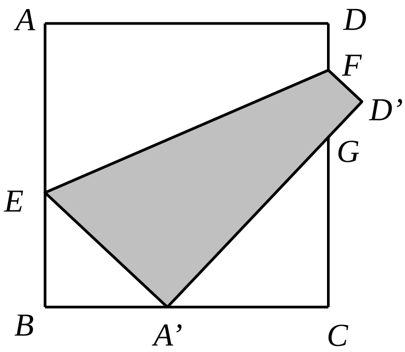
10. 某种新的温度计的水结冰时显示的度数为 20 度，在水煮沸时为 160 度(摄氏温度计水的冰点为 0 度，沸点为 100 度)，则摄氏 215 度相当于该种新的温度计＿＿＿＿＿度。

11. 已知一正方形 $ABCD$ 内接于圆 $O$，将此圆对折成一个半圆，作正方形 $EFGH$ 使其内接于此半圆，则正方形 $EFGH$ 之面积与正方形 $ABCD$ 之面积的比为＿＿＿＿＿。

12. 有一迭 10 张纸牌，每张纸牌上都印有一个正整数，已知连续的三张纸牌上的正整数的和都是 20，且第一张纸牌上的数为 2，第九张纸牌上的数为 8，则第五张纸牌上的数为＿＿＿＿。

**第二部份、计算证明题共三小题，每题 20 分（请写在答案卷对应题号内，需详列出计算证明过程）**

1. 折迭一正方形的纸张 $ABCD$，使得 $A$ 点落在 $\overline{BC}$ 边上 $A'$ 点的位置，及 $D$ 点落在 $D'$ 点的位置，这样我们得到折线 $\overline{EF}$ (如图所示)，其中 $E$ 点在 $\overline{AB}$ 边上、$F$ 点在 $\overline{CD}$ 边上，折迭后，$\overline{A'D'}$ 与 $\overline{CD}$ 交于 $G$ 点。试证：$\overline{A'E}+\overline{FG}=\overline{A'G}$。




2. 有十张正面与反面都写上一个正整数的卡片，这十张卡片上面的 20 个正整数都不同，每张卡片的正反两面上的数之和都相等，且所有十张卡片正面之数的总和等于所有十张卡片反面之数的总和。若其中九张卡片正面之数分别为 2、5、17、21、24、31、35、36、42，试问第十张卡片正面的数为多少？

3. 从 100 到 999 的每一个正整数皆称为三位数，从 1000 到 9999 的每一个正整数皆称为四位数；任一个正整数组成它的每一个数字相加的和称为该正整数的数字和，例如 312 的数字和为 6。假设 $a$、$b$、$c$ 皆为正整数，其中 $a$、$b$ 为三位数，$c$ 为四位数，若 $a+b$、$b+c$ 和 $c+a$ 的数字和都等于 3，试问 $a+b+c$ 最大的值为多少？