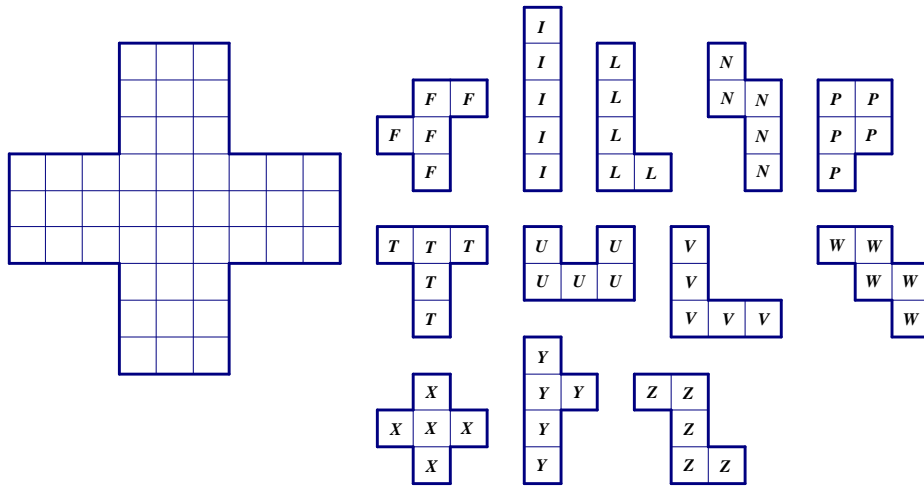


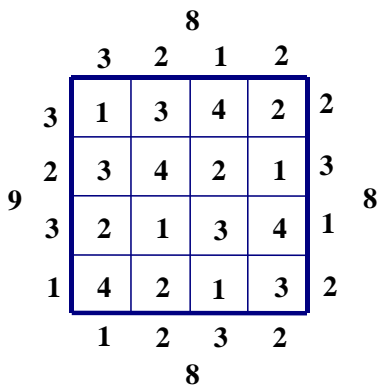


5th Invitational World Youth Mathematics Inter-City Competition
 第五届青少年数学国际城市邀请赛
 Team Contest 队际赛试卷 2004/8/4, Macau

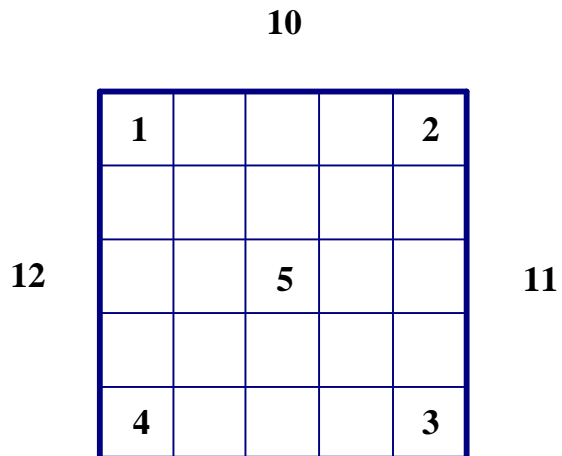
- 在直角三角形 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 1$ 。在 $\triangle ABC$ 的边上取三个不相同的点为顶点构成一个正三角形(即 $\triangle ABC$ 的所有内接正三角形)。试求这些正三角形的面积的最大值，并且证明你的结果。
- 下图是十二片五方块及一个十字形棋盘。请从中挑选四片不同的五方块置入棋盘中，使得剩余的每一片五方块都无法再置入棋盘中。五方块置入时可以旋转或翻转，但必须沿着网格线且不能互相重迭。



- 将高度分别为1, 2, 3, 4及5层的五种建筑物置入图一的方格中，使得在每行、每列上的建筑物分别都各有五种高度，每种高度各恰有一栋。图形中正方形外围的数



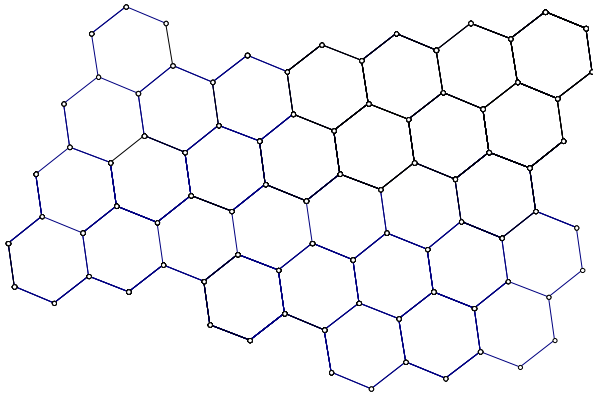
图二



图一

字表示由此方向望去所能见到的建筑的栋数。我们能见到在它正前方的建筑物都比它低的建筑物。图二是一个只有四种高度的建筑的例子。

4. 设 $|x|$ 表示实数 x 的绝对值, m 、 n 为任意的正整数。试求 $|25^n - 7^m - 3^m|$ 的最小值。
5. 某栋建筑有 m 部电梯, 每部电梯都可停 n 层楼, 停的楼层不必要是连续的楼层, 也不必定要从一楼(地下)开始。要求此建筑的任意两层楼之间都至少有一部电梯会同时停此两层楼。假设 $m=11, n=3$, 试问这栋建筑至多可以有几层楼? 请同时列出各部电梯所停的楼层?
6. 青年杯足球赛采用单循环赛, 其计分方式, 旧制采用的是: 胜队得 2 分, 败队得 0 分, 平手各得 1 分; 新制采用的是胜队得 3 分, 败队得 0 分, 平手各得 1 分。有没有可能某次比赛中有一个队伍的成绩若采用新制可得冠军(积分大于其它所有队伍), 而采用旧制则是最一名(积分小于其它所有队伍)? 如果可能, 最少要有多少队伍参赛? 请用表格列出这些队伍之间的比赛结果?
7. 将下图沿着网格线切割为全等的 n ($n \geq 2$) 块。请问 n 的最小值是多少? 并请用粗线画出切割的方法? 一片多方块是将若干个单位正方形以边对边完全密合地相连



接而成的形状。请使用不多于 10 片的任意形状的多方块来构成一个矩形, 不可以重迭, 也不可以有空格, 并且满足以下的条件:

- 每片多方块都是由面积最小的一片多方块, 经放大正整数倍后, 然后再经过旋转或镜射(不一定必须要)而成;
 - 每片多方块不能是矩形;
 - 其中至少有两片的大小不同。
8. 左下图的 9×4 矩形是由 6 片多方块以满足上述条件而拼成。右下图的 13×6 矩形是由 4 片多方块拼成的, 但并不满足上述条件(不满足条件 a 放大正整数倍的要求)。在满足以上的条件下, 请用多方块拼出 10 个两两互不相似的矩形。

