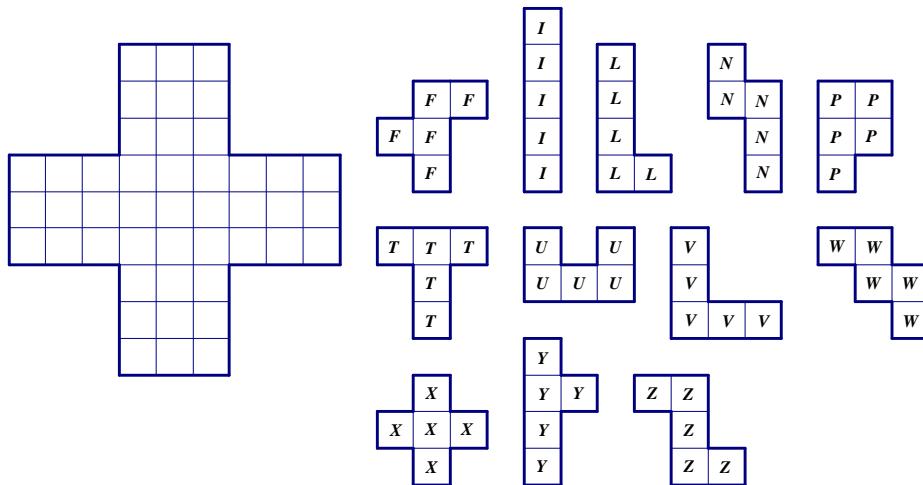




5th Invitational World Youth Mathematics Inter-City Competition
第五屆青少年數學國際城市邀請賽
Team Contest 隊際賽試卷 2004/8/4, Macau

- 在直角三角形 ΔABC 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 1$ 。在 ΔABC 的邊上取三個不相同的點為頂點構成一個正三角形(即 ΔABC 的所有內接正三角形)。試求這些正三角形的面積的最大值，並且證明你的結果。
- 下圖是十二片五方塊及一個十字形棋盤。請從中挑選四片不同的五方塊置入棋盤中，使得剩餘的每一片五方塊都無法再置入棋盤中。五方塊置入時可以旋轉或翻轉，但必須沿著格線且不能互相重疊。



- 將高度分別為 1, 2, 3, 4 及 5 層的五種建築物置入圖一的方格中，使得在每行、每列上的建築物分別都各有五種高度，每種高度各恰有一棟。圖形中正方形外圍的數

				8
3	1	3	4	2
2	3	4	2	1
9				3
3	2	1	3	4
1	4	2	1	3
	1	2	3	2
				8

圖二

1				2
5				
4				3

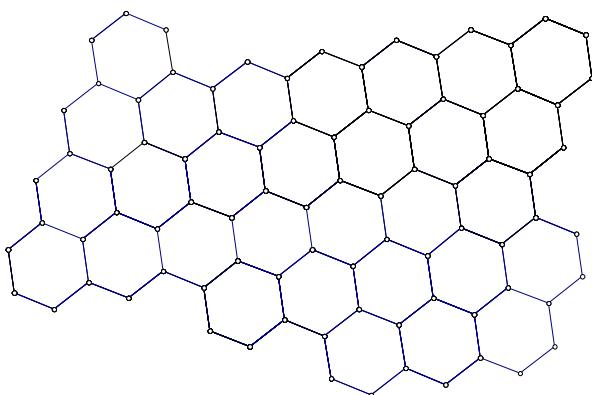
圖一

13

字表示由此方向望去所能見到的建築的棟數。我們能見到在它正前方的建築物都比它低的建築物。圖二是一個只有四種高度的建築的例子。

4. 設 $|x|$ 表示實數 x 的絕對值， m 、 n 為任意的正整數。試求 $|25^n - 7^m - 3^m|$ 的最小值。
5. 某棟建築有 m 部電梯，每部電梯都可停 n 層樓，停的樓層不必要是連續的樓層，也不必定要從一樓(地下)開始。要求此建築的任意兩層樓之間都至少有一部電梯會同時停此兩層樓。假設 $m=11, n=3$ ，試問這棟建築至多可以有幾層樓？請同時列出各部電梯所停的樓層？
6. 青年盃足球賽採用單循環賽，其計分方式，舊制採用的是：勝隊得 2 分，敗隊得 0 分，平手各得 1 分；新制採用的是勝隊得 3 分，敗隊得 0 分，平手各得 1 分。有沒有可能某次比賽中有一個隊伍的成績若採用新制可得冠軍(積分大於其它所有隊伍)，而採用舊制則是最一名(積分小於其它所有隊伍)？如果可能，最少要有多少隊伍參賽？請用表格列出這些隊伍之間的比賽結果？

7. 將下圖沿著格線切割為全等的 n ($n \geq 2$) 塊。請問 n 的最小值是多少？並請用粗線畫出切割的方法？一片多方塊是將若干個單位正方形以邊對邊完全密合地相連接



而成的形狀。請使用不多於 10 片的任意形狀的多方塊來構成一個矩形，不可以重疊，也不可以有空格，並且滿足以下的條件：

- a. 每片多方塊都是由面積最小的一片多方塊，經放大正整數倍後，然後再經過旋轉或鏡射(不一定必須要)而成；
- b. 每片多方塊不能是矩形；
- c. 其中至少有兩片的大小不同。

8. 左下圖的 9×4 矩形是由 6 片多方塊以滿足上述條件而拼成。右下圖的 13×6 矩形是由 4 片多方塊拼成的，但並不滿足上述條件(不滿足條件 a 放大正整數倍的要求)。在滿足以上的條件下，請用多方塊拼出 10 個兩兩互不相似的矩形。

