



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

答题指引:

- 请填写您的队名。
- 队际赛试题依照由易至难的顺序安排，四名队员可先利用 10 分钟讨论前 8 题及分配题目，每位学生至少要分得一题。然后分开各自作答，不可再交换题目或讨论，答题时间 35 分钟。四名队员可一起利用 15 分钟讨论最后 2 题并合作解题。每题 40 分，第 1、4、5、6、9、10 题必须详细填写计算过程或证明，斟酌答题情况给部份分数；其它各题只需填写答案。
- 答题时间：60 分钟
- 不得使用任何计算器具。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
- 所有纸张在考试结束时要全部收回。

Simplify Chinese Version



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____

得分: _____

1. 若最简分数 $\frac{p}{q}$ 写成小数形式为 $0.abababab\dots$ (这里非负整数 a 、 b 可以相等, 但至少有一个非零)。请问符合条件的分数中, 不同的分子有多少个?

答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

2. 在下图 8×8 方格表的 64 个小方格已填有一些数，请删去一些方格内的数，使得同一行或同一列上未删去的格子内均无相同的数。任两个有共同边的小方格不可以同时删除，删除的小方格要越少越好。

6	4	5	7	7	3	3	5
4	8	4	3	6	7	5	1
3	1	5	7	7	7	6	2
7	5	5	8	8	4	2	3
4	5	6	5	8	1	7	3
3	3	3	6	1	8	8	3
1	7	3	2	3	6	4	8
1	6	2	2	4	5	8	7

6	4	5	7	7	3	3	5
4	8	4	3	6	7	5	1
3	1	5	7	7	7	6	2
7	5	5	8	8	4	2	3
4	5	6	5	8	1	7	3
3	3	3	6	1	8	8	3
1	7	3	2	3	6	4	8
1	6	2	2	4	5	8	7

答案: _____

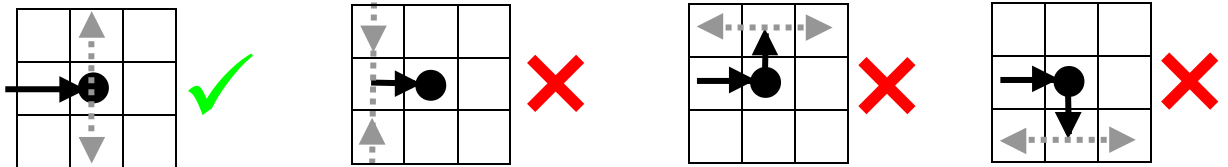
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

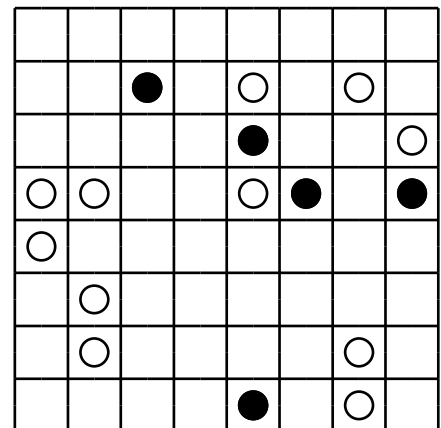
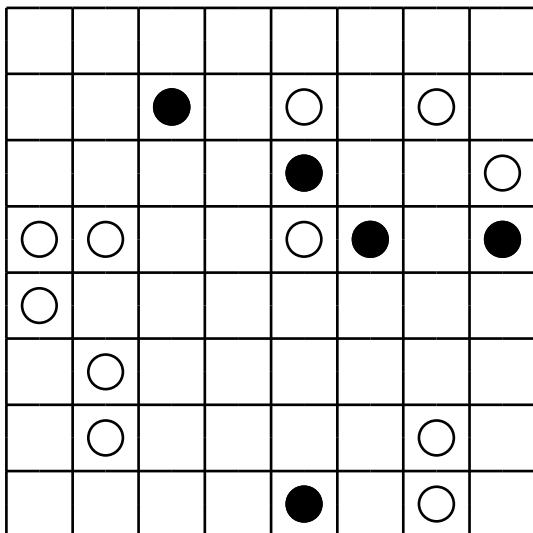
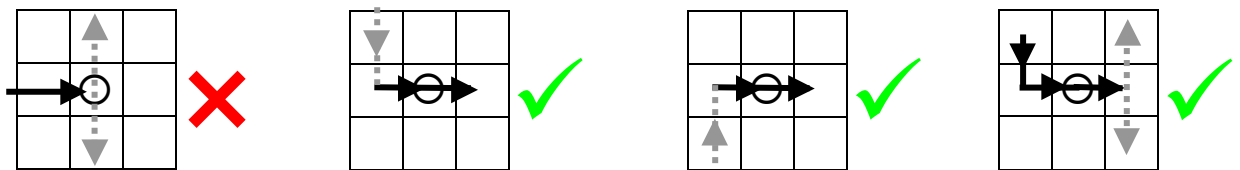
2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

3. 在下图 8×8 的方格表中, 绘出一条闭合的折线, 使得
- (a) 此折线仅与小方格的边平行或垂直, 且不与自身相交;
 - (b) 此折线经过每个小方格至多一次, 且必须经过所有标记有小圈的小方格, 但不一定要经过没标记的小方格;
 - (c) 此折线在每一个有黑圈的小方格处必须转一个直角弯, 但在黑圈之前与之后的一个小方格处不可以转弯;



- (d) 此折线在经过有白圈的小方格之前或之后(或两者)的一个小方格处, 都必须转一个直角弯, 但在有白圈的小方格处都不可以转弯。



答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

4. 当且仅当 $a_1 \leq a_2$ 、 $b_1 \leq b_2$ 、 $c_1 \leq c_2$ 时，长 \times 宽 \times 高为 $a_1 \times b_1 \times c_1$ 的长方体箱子可以套入长 \times 宽 \times 高为 $a_2 \times b_2 \times c_2$ 的长方体箱子内。请问在长 \times 宽 \times 高为 $a \times b \times c$ （其中 a 、 b 、 c 为整数且 $1 \leq a \leq b \leq c \leq 5$ ）的长方体箱子中，最多可以挑选出几个箱子，使得没有一个箱子能够套入其它某个箱子内？

答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

5. 黑板上原本写有 0, 1 与 4 三个数, 针对黑板上的数进行操作: 每次操作都可以从黑板上任意挑选两个数, 然后在黑板上添加一个新数 $c = ab + a + b$ 。经过若干次操作后, 请问黑板上出现不小于 2008 之最小的数是什么?

答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

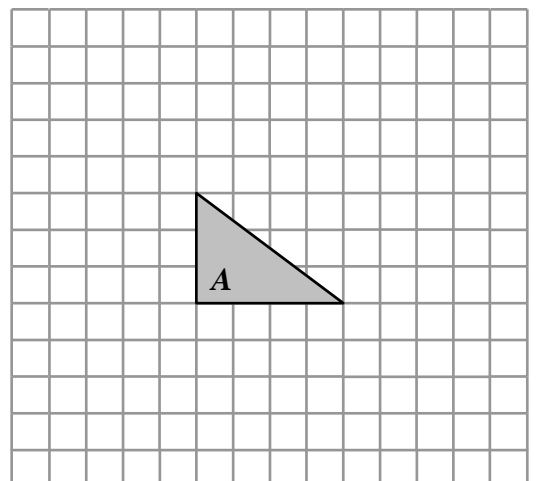
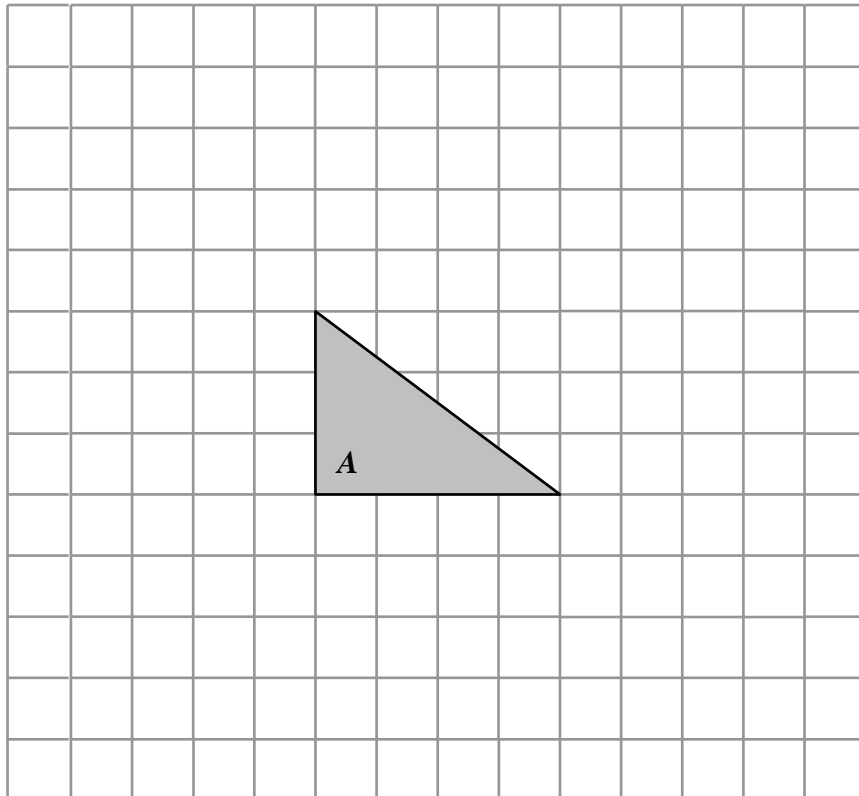
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

6. 如图，在正方形网格中画有一个不等腰的直角三角形 A 。若再贴上一个三角形 B ，使所得的图形是等腰三角形，但要求三角形 B 与三角形 A 除了有一条公共边重合外，没有其它的公共点。请问符合条件的三角形 B 有多少个？请在图上标出三角形 B 的第三个顶点之位置。



答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

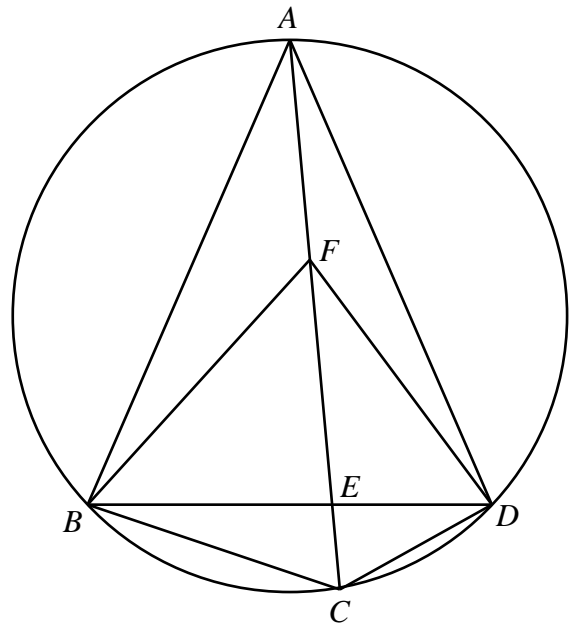
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

7. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于圆， $AB=AD$ 且其对角线交于点 E ，点 F 在线段 AC 上使得 $\angle BFC = \angle BAD$ 。若 $\angle BAD = 2\angle DFC$ ，请问 $\frac{BE}{DE}$ 之值是什么？



答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

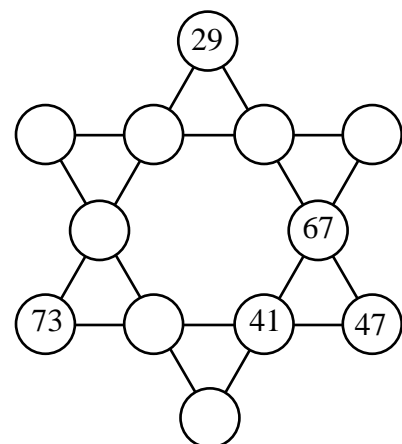
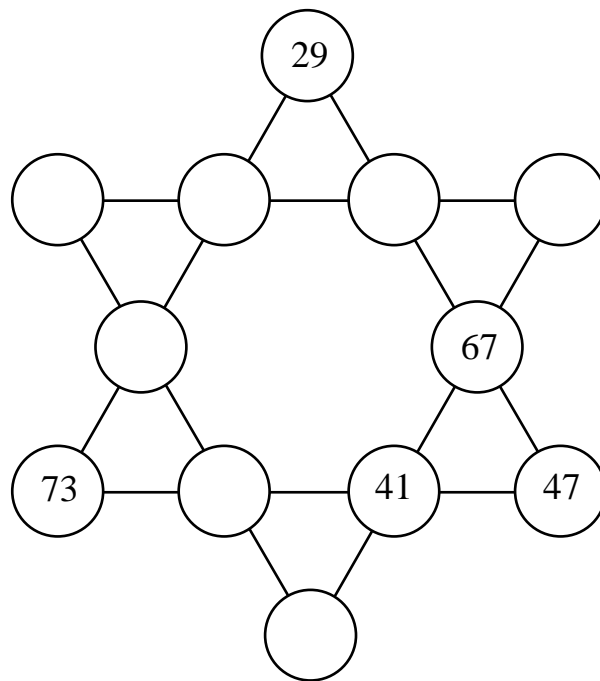
队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____

得分: _____

8. 魔法六角星的每条直线边上的四个数字之和都相等。下图的魔法六角星中的12个数都是质数，其中所给出的5个数中包含了其中的最大数和最小数。请完成此魔法六角星。



答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

9. 在九枚外观均相同的金币中，其中有一枚的重量为 a ，有七枚的重量为 b ，最后一枚的重量为 c ，且 $a < b < c$ 。用没有刻度的两臂天平，请给出秤四次即可判定 $a+c < 2b$ 、 $a+c = 2b$ 或 $a+c > 2b$ 的方案。

答案: _____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2008/10/28 泰国清迈

队名: _____ 得分: _____

10. 已知 n 为正整数, 使得 $1+n+\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=2^k$, 其中 k 是正整数。

请问所有可能的 n 值之总和是多少?

答案: _____