



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

答题指引:

- 请勿翻开此页，直到听到答题指令为止。
- 请在每一页的对应位置填写队名。
- 本卷试题依照由易至难的顺序安排，共有 10 页，每页一题，每题 40 分。第 1、2、3、5、6、7、10 题必须详细填写计算过程或证明，根据答题情况给分，如果空白处不够填写，可将答案写在试题纸的背面；第 4、8、9 题只需填写答案。
- 四名队员先用 10 分钟讨论前八题，确定每题答题的队员，每位队员至少要解答一题。然后用 35 分钟，各自作答，不可再交换题目或讨论。最后的 15 分钟，四名队员可一起讨论最后两题并合作解题。
- 不得使用任何电子计算器具。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色圆珠笔作答。
- 答题结束后，监考人员会将所有纸张收回。

Simplify Chinese Version

简体中文版



International Mathematics Competition, 25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

1. 求下面关于 w , x , y 和 z 的方程组的实数解:

$$\begin{cases} w + 8x + 3y + 5z = 20 \\ 4w + 7x + 2y + 3z = -20 \\ 6w + 3x + 8y + 7z = 20 \\ 7w + 2x + 7y + 3z = -20. \end{cases}$$

ANSWER: $w=$ _____ $x=$ _____ $y=$ _____ $z=$ _____



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

2. 在凸四边形 $ABCD$ 中， AB 是最短的边， CD 是最长的边。求证： $\angle A > \angle C$ 且 $\angle B > \angle D$ 。

ANSWER: _____



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

3. 设整数 m 、 n 满足 $m \geq n$ 与 $m^3 + n^3 + 1 = 4mn$ 。求 $m - n$ 的最大值。

ANSWER: _____



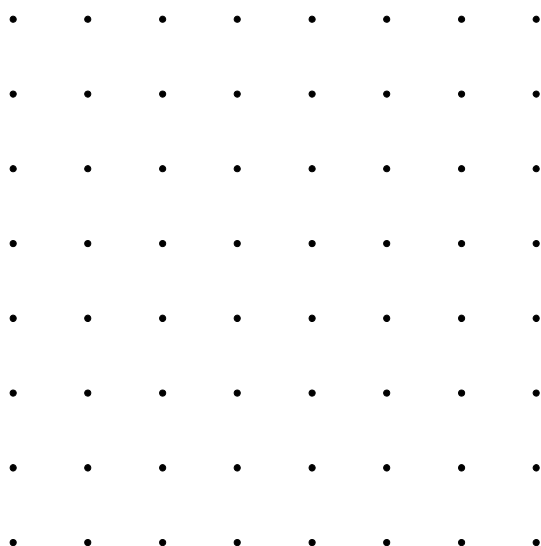
International Mathematics Competition, 25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

4. 平面上的 64 个点组成一个 8×8 点阵。同一行或同一列上相邻的两个点的距离都是 1 cm。请问以这 64 个点中的 4 个点为顶点且面积为 12 cm^2 的长方形有多少个？



ANSWER: _____



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

5. 求出最大的正整数 n 使得存在唯一的正整数 k 满足 $\frac{8}{15} < \frac{n}{n+k} < \frac{7}{13}$ 。

ANSWER: _____



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

6. 在一个 9×9 方格表的每个小方格内各恰填入一个数，每一行和每一列最多只能出现有四个不同的数。请问这个表内总共最多可以出现有多少个不同的数？

ANSWER: _____



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

7. 在凸四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABD = 16^\circ$ 、 $\angle DBC = 48^\circ$ 、 $\angle BCA = 58^\circ$ 且 $\angle ACD = 30^\circ$ 。
求 $\angle ADB$ 的度数。

ANSWER: _____



International Mathematics Competition,
25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

8. 若正有理数 x 、 y 和 z 满足 $x + \frac{1}{y}$ 、 $y + \frac{1}{z}$ 和 $z + \frac{1}{x}$ 都是整数，求出所有满足上述条件的有序三元组 (x, y, z) 。

ANSWER: _____



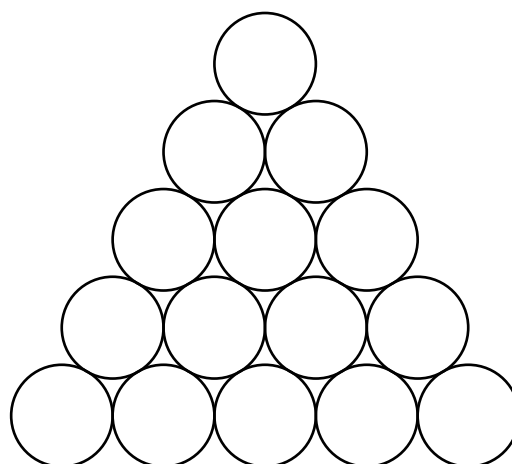
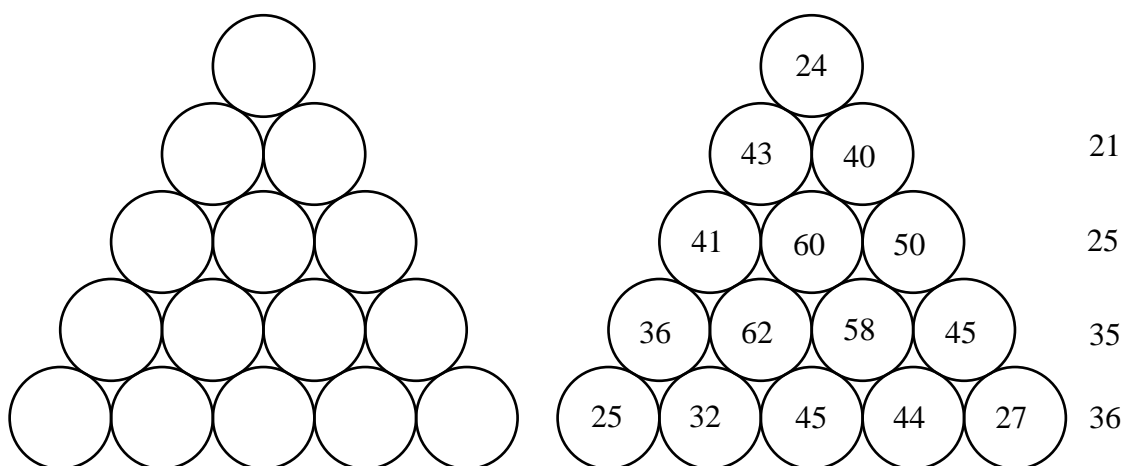
International Mathematics Competition, 25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名： _____ 得分： _____

9. 把数 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14 和 15 不重复地填入下左图的圆圈中，每个圆圈内恰好填一个数，使得
- 对于每个圆圈，将该圆圈中的数加上所有与它相切的圆圈中的数所得的和写出，如下右图所示。
 - 除了第一行，其它每一行的所有圆圈中的数之和写出，如下右图右侧所示。



ANSWER: _____



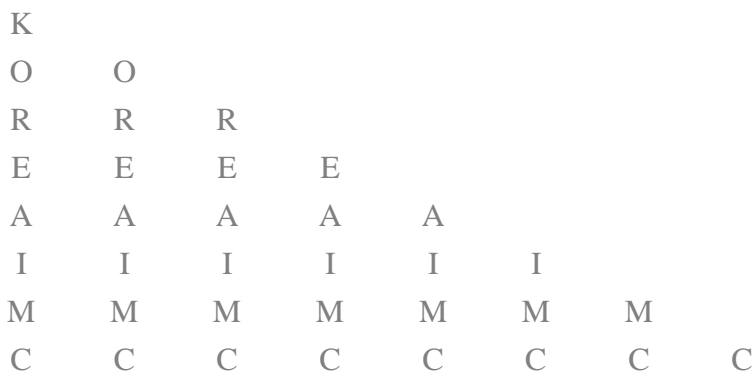
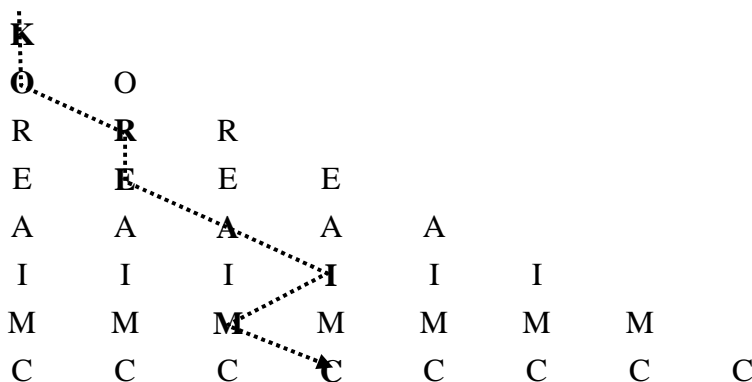
International Mathematics Competition, 25~29 July, 2010, Incheon, Korea,

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

队际赛试题

队名：_____ 得分：_____

10. 把“KOREA IMC”依下图所示方式写成八行，其中第一行有一个 K、第二行有二个 O，依序下去，最后一行有八个 C。由最上端的 K 开始，由上往下逐行移动，试图拼出“KOREA IMC”的字样，每次移动只能移至该字母正下方的字母或与正下方的字母相邻的字母上。下图用黑体表示的就是其中一条路径。如果删除图中的某个字母，使得所有剩下的不同路径只有 516 条，请在图中圈出被删除的字母的位置。



ANSWER: _____