

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

答題指引:

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在每一頁的對應位置填寫隊名。
- 本卷試題依照由易至難的順序安排，共有 10 頁，每頁一題，每題 40 分。第 1、2、4、6、8、10 題必須詳細填寫計算過程或證明，根據答題情況給分，如果空白處不夠填寫，可將答案寫在試題紙的背面；第 3、5、7、9 題只需填寫答案。
- 四名隊員先用 10 分鐘討論前八題，確定每題答題的隊員，每位隊員至少要解答一題。然後用 35 分鐘，各自作答，不可再交換題目或討論。最後的 15 分鐘，四名隊員可一起討論最後兩題並合作解題。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：

得分：

1. 請找出方程 $x^2 - x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 + 2x + 4)$ 的所有實根。

ANSWER:

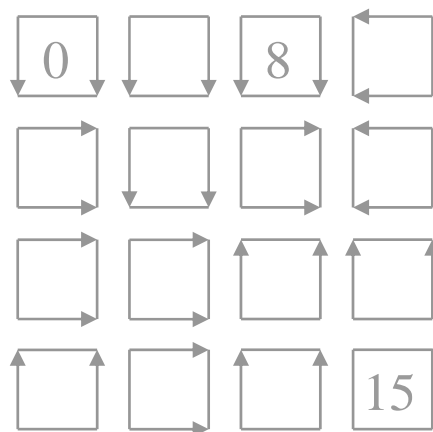
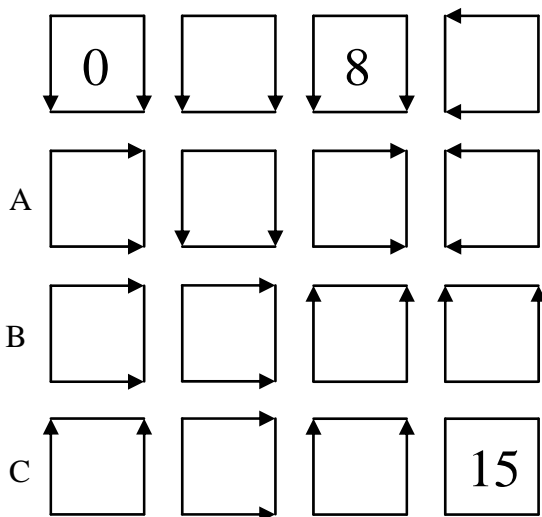
Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011 Bali, Indonesia

隊名： _____ 得分： _____

3. 在下圖中，分別將數 1、2、3、4、5、6、7、9、10、11、12、13、14 分別各填入一個不同的空白小方格內，使得填有 0 的方格上的箭頭指向填有 1 的方格。例如，1 應該填入方格 A、或方格 B、或方格 C 中。同樣，填有 1 的方格上的箭頭指向填有 2 的方格，依此類推。



ANSWER: _____

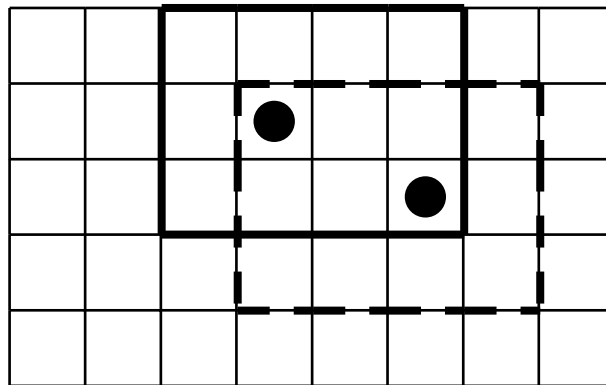
Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011 Bali, Indonesia

隊名： _____ 得分： _____

4. 在下圖 5×8 的方格表中，有兩個小方格內標上黑圓圈，而圖中兩個 3×4 的矩形的內部都包含兩個黑圓圈。請問共有多少個位置不同且內部至少包含一個黑圓圈的矩形（矩形的所有邊必須在格線上，並且大小不一定是 3×4 ）？



ANSWER: _____

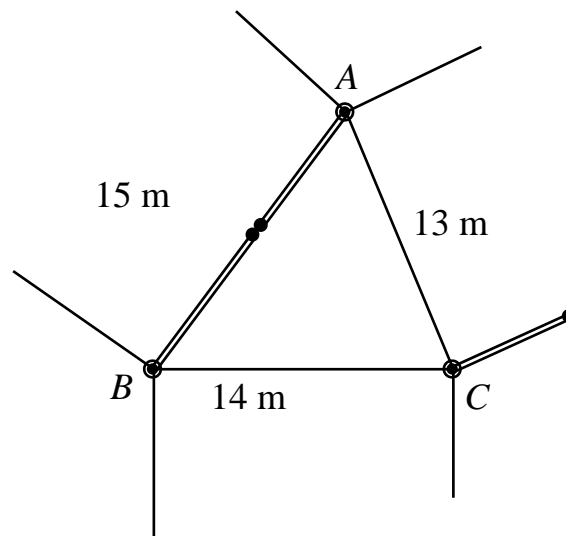
Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011 Bali, Indonesia

隊名： _____ 得分： _____

5. 在莫斯科郊外的紅三角地有三條寬度分別為 15 m、14 m 及 13 m 的道路在此交會。為管制交通，莫斯科交通局設計了三道可轉動的柵欄，柵欄的一端固定在三條道路的交點處（如圖中的點 A、B 和 C）。在下圖中，A、B 柵欄將一條道路封閉，而柵欄 C 則推到路旁，使得二條道路可通行穿越這個三角地。請計算這三道柵欄的寬度，使得每二道柵欄都可以正好封閉一條道路。



ANSWER: A= m, B= m, C= m

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011 Bali, Indonesia

隊名： _____ 得分： _____

6. 令 $f(x)$ 為 2010 次的多項式，使得 $f(k) = -\frac{2}{k}$ ，其中 k 為任意一個 1~2011 的正整數。請求出 $f(2012)$ 之值。

ANSWER: _____

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011 Bali, Indonesia

隊名： _____ 得分： _____

7. 有一隻貓捉到 81 隻老鼠，它將這些老鼠排成一圓圈，並依照順時針方向編上 1~81 號。貓從某一隻老鼠開始依順時針方向以“1、2、3、1、2、3、.....”不斷地數這些老鼠。貓吃掉所有被數到 3 的老鼠。當貓繼續如此數下去，圓圈將愈來愈縮小，直到剩下二隻老鼠為止。已知其中編號較大的一隻老鼠是 40 號，請問貓最初是從編號為多少的老鼠開始數？

ANSWER: _____

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：

得分：

8. 在三角形 ABC 中，已知 $BC=AC$ 、 $\angle BCA=90^\circ$ 。點 D 與點 E 分別在 AC 與 AB 邊上，使得 $AD=AE$ 且 $2CD=BE$ 。令點 P 為線段 BD 與 $\angle CAB$ 的角平分線之交點。請問 $\angle PCB$ 的度數是多少度？

ANSWER:

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

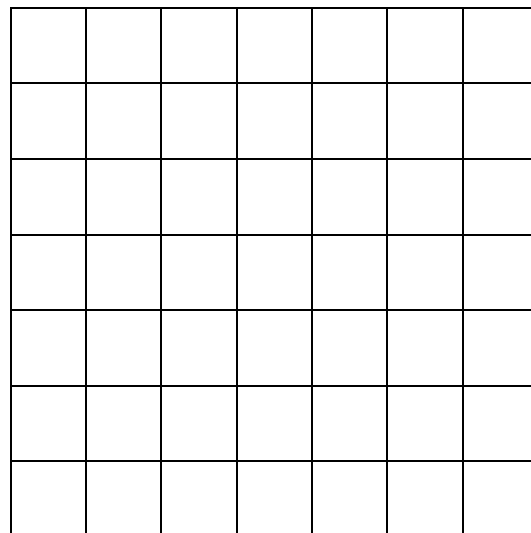
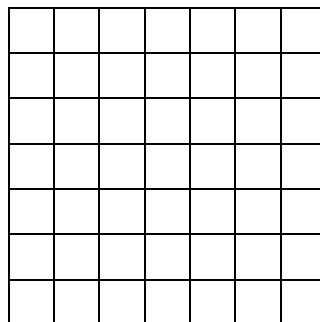
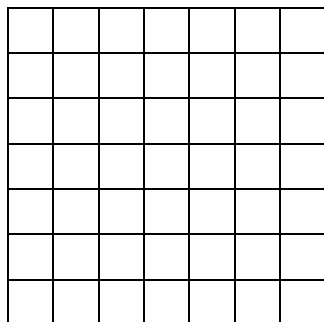
Bali, Indonesia

隊名：

得分：

9. 請從 7×7 方格表的 49 個小方格中選擇 21 個塗上顏色，使得任意四個已塗色的小方格無法構成某個長方形（其中長方形的所有邊都在格線上）的四個角落。

(下圖可用作草圖)



ANSWER:

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011 Bali, Indonesia

隊名： _____ 得分： _____

10. 把正整數 a 、 b 、 c 分給 A、B、C 三個人，每人有且只有一個整數，每個人只

知道自己的數。當他們被告知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ ，並都被詢問以下二個問題：

(a) 您知道 $a+b+c$ 的值嗎？

(b) 您知道 a 、 b 、 c 分別之值嗎？

A 對二個問題都回答“不知道”，而當 B 聽到 A 的回答後，第一個問題回答“知道”、第二個問題回答“不知道”。當聽到兩人的回答之後，請問 C 應當如何回答此二個問題？

ANSWER: (a) _____

(b) _____